■ミクロ経済学■ ８： 生産主体および一般均衡

＊ 教科書 浦井・ (2012) 第３章 消費および生産の理論 p.145 ～ p.157, 第４章 p.166 ～ p.174

生産者の問題と一般均衡の問題をやや詳細に論ずる。まず、基本概念を再度まとめる。

商品空間を R^ℓ とする。一つの生産行為（生産計画）は、**投入**量を負、**産出**量を正で表した1 つの商品空間上の点（ベクトル）として表現される。生産主体 j にとって、物理的に可能な生産行為の全体を $Y^j \subset R^\ell$ で表し、これを生産集合 production set と呼ぶ。

価格を $p = (p_1, p_2, \ldots, p_\ell) \in R^\ell_{++}$ とするとき、生産行動 $y = (y_1, y_2, \ldots, y_\ell) \in Y^j$ と p の内積、$p_1y_1 + p_2y_2 + \cdots + p_\ell y_\ell$ は、生産行動 y の価値、すなわち価格 p の下で生産行動 $(y_1, y_2, \ldots, y_\ell)$ のもたらす利潤（産出物の価値から投入物の価値を引いた額）を表している。与えられた価格 $p = (p_1, p_2, \ldots, p_\ell)$ の下で利潤を最大にするような生産行動を Y^j の中から選択するというのが、生産主体 j の利潤最大化問題である。

$$
\begin{array}{ll}
\text{Maximize} & p_1y_1 + p_2y_2 + \cdots + p_\ell y_\ell \\
\text{Subject to} & y = (y_1, y_2, \ldots, y_\ell) \in Y^j
\end{array}
$$

【１】生産者問題の解が存在して（※1 ）しかも一意的（※2 ）であれば、消費者問題の時と同様にこれを価格 p の関数として考えることができる。これを $y^j(p)$ などと表し、生産主体 j の**供給関数**と呼ぶ。このときの利潤も p の関数と見る事ができるが、これを $\pi^j(p)$ と表し、j の**利潤関数**という。生産者問題の解は、$a > 0$ について $y^j(p) = y^j(ap)$ を満たす（0 次同次性）。また利潤については、$\pi^j(ap) = a\pi^j(p)$ が成り立つ（1 次同次性）。

（※1 ）コンパクト性に基づく議論は、消費者問題の場合と異なり、生産集合そのものをコンパクトと仮定することが必要になるので、特別な場合を除いて行われない。（生産集合への仮定: 0 生産、閉、凸、規模の収穫非逓増、規模の収穫非低減、規模の収穫一定、その他。）

（※2 ）生産集合に狭義凸性を仮定することは、消費主体の選好の場合よりも、深刻な問題を生ずる。

（※3 ）生産関数: 投入財と産出財が固定されていおり、財の投入が決まると一意的に産出が定まるとき（特に産出財が1 種類の時）、可能な生産計画の全体は関数関係として把握することができる。このように把握された投入、産出の関係を生産関数と呼ぶ。（生産関数に基づく生産者問題およびその双対問題について: コブダグラス型生産関数について）

（静学的な企業の把握と残されている問題について）

このような定式化の下では時間の問題（例えば生産に時間がかかるとして産出物の価値が将来の市場で決まるものであり、その価格予想をどうするかとか、それまでの資金繰りをどうするかといったファイナンスの問題— この点については実は消費主体の場合も同じであるが※4 ）が捨象されている。価格のみならず将来のできごと（天候や災害、環境変化等）に対する異なる見通し、利益に単純には反映されない商品へのこだわり、社員を大事にする社風、利益よりも企業としての安定や永続性を重視する経営方針、等々、現実の企業において可能性としてあり得る種々の側面が単純化されている。このように単純化された状況で、企業には予算制約式や選好が入って来ない。

（※4 ）仮に、将来におけるありとあらゆる日付・できごと、に対応して、考慮し得るありとあらゆる商品に対する取り引きが現在時点で許されているとすると（このような状況を、市場が**完備 (complete)** であるという）、そういった異なる日付・できごとに応じて分類される全ての商品の（現時点で見た）価格が前もって公然と（所与として）与えられるならば、将来におけるどの時点で何を売ってどの時点で何を買うかという計

画（貸借の帳尻を合わせるという意味でのファイナンスの問題）はすでにこの静学的枠組の中で記述し終わっているという見方もできる。

【２】（**個人所有経済 Private Ownership Economy**: 生産の入った静学的一般均衡体系の具体例と**ワルラス法則**） 消費主体A、B、Cと、生産主体D、Eを考える。商品空間は R^2 とする。価格 $p = (p_1, p_2) \in R^2_{++}$ を与えられたとき、生産主体Dの最適生産行動（利潤最大化行動）y^D と、生産主体Eの最適生産行動（利潤最大化行動）y^E が決まる。このときの各々の利潤を簡単に 80、100 としておこう。生産主体の利潤はその株主に対し、株式保有割合 share holdings に応じて分配されるものとする。簡単のため生産主体Dの株式は主体AとBがそれぞれ50％、50％の割合で保有されており、生産主体Eの株式は主体BとCの間でそれぞれ50％、50％の割合で保有されているとしよう。主体A、B、Cの初期保有 $e^A \in R^2$、$e^B \in R^2$、$e^C \in R^2$ の価値を、それぞれ簡単に 50、60、40 としておく。もちろんこの価値はあくまで上記の価格 $p = (p_1, p_2)$ に関係して決まる量であり、本来はベクトル p を、初期保有のベクトル e^A, e^B, e^c にそれぞれ内積としてかけあわせた結果（$p \cdot e^A, p \cdot e^B, p \cdot e^C$）として得られる値である。主体A、B、Cが消費に費すことのできる金額は、上記の企業利潤からの分配額をこの初期保有の価値に加えた額となる。例えば、主体Bが消費に費すことのできる金額は（　　）である。主体Bの予算制約式は $p \cdot x \leqq p \cdot e^B + 0.5\pi^D(p) + 0.5\pi^E(p)$ とも書けるが、利潤関数の1次同次性を考慮すれば、この式は p を正の実数 $a > 0$ 倍しても変わらないことが分かる。つまりこの設定で各消費者の需要は p を正の実数倍しても変わらない（消費者の需要の価格に対する 0 次同次性が成り立つ）。

各消費主体が消費に費すことのできる金額が決まれば、その下で各主体の最適消費行動（効用最大化行動）$x^A \in R^2$、$x^B \in R^2$、$x^C \in R^2$ が決まる。これらの総価値額、すなわち $p \cdot (x_A + x_B + x_C)$ は、各主体が予算を全て使い切っているとすれば全員の資産の総価値額すなわち（　　）となる。ところで、利潤の額である 80 および 100 は、それぞれ $p \cdot y^D$ および $p \cdot y^E$ に等しいはずだから、以下の式

$$p \cdot (x^A + x^B + x^C) = p \cdot (e^A + e^B + e^C) + p \cdot (y^D + y^E)$$

が成立している。これが**ワルラス法則**と呼ばれる恒等式である。この式は全ての主体が**予算制約式**に従って行動している限り必ず成立する。一方で、このとき商品の数量に関する以下の均等式が（必ずしも成り立つとは限らないが）仮に成り立つとすれば、

$$(x^A + x^B + x^C) = (e^A + e^B + e^C) + (y^D + y^E) \qquad (*)$$

（左辺は消費主体の需要の総量をあらわし、右辺は生産主体の供給の総量+ 消費主体の初期保有の総量を表す）これは、経済の需給の均等を表す式である。これを**需給均等式**と言う。これが成立しているかどうかは、x^A, x^B, x^C（**消費者問題の解**）および y^D, y^E（**生産者問題の解**）の大きさに、すなわち最初に所与とした価格 $p = (p_1, p_2)$ に依存する。この均等式を成立させるような価格のことを**一般均衡価格**と呼ぶ。

商品空間が R^ℓ であるとすると、最後の $(*)$ 式は、ℓ 次元のベクトルに関する均等式であるので、実は ℓ 種類の商品についての需給を一度に書いた式であり、実際には ℓ 本の式（が同時に等号で成り立つという式）と見る事ができるものである。最初に所与とする価格 $p = (p_1, \ldots, p_\ell)$ にはじまり、生産主体の生産者行動と利潤、消費主体の所得と消費者行動を通じた総需要、そして総供給と総需要の均等を問う ℓ 本からなる $(*)$ 式（これは成立しているかどうかは分からない）に至る上述のプロセスにおいて、この最後の ℓ 種類の需給バランス（$<, >, =$）に応じて、需要が供給を上回る時その商品の価格を**上げ**、下回るときその商品についての価格は**下げる**というような調整をおこなうことで、新たな価格 $p' = (p'_1, \ldots, p'_\ell)$ を得る価格調整過程を考える。この過程を繰り返すことで、最初の p が均衡価格でなくとも、最終的には均衡価格にいきつくことができるのではないかと（このような一般均衡理論と呼ばれる体系の創始者である）ワルラスは考えた。この価格調整過程に関する直感は純粋数学的には必ずしも正しくない（均衡価格に行き着くとは限らない）のだが、現実的に有り得る重要な市場の本質を描いていることも事実であり、今日でも**模索過程**（Tatonnement Process）という名前で知られている。

【３】[抽象経済] Abstract Economy: 経済システムをゲーム論的設定に基づいて定式化したものであり、Debreu (1952) が今日的な均衡の存在問題を解決するにあたって、その基礎とした社会モデル。価格調整者を含めたワルラス的一般均衡の枠組を、制約対応の入ったゲーム論的設定における一般化されたナッシュ均衡として描いた。

(Players)　価格調整者　生産者 $j=1,\dots,n$　消費者 $i=1,\dots,m$

(Strategy Sets)　価格集合　生産集合　消費集合

(Constraint Correspondences)　価格が与えられた下での各消費者の予算制約

(Profits)　**超過需要の価値額最大化　利潤最大化　効用最大化**

上記設定において、『実現可能な戦略の組 feasible strategy profile』とは、全てのプレイヤーにおいて戦略集合に入っており、かつ消費主体においては予算制約対応も満たしているような戦略の組を言う。実現可能な戦略 profile であり、かつ各プレイヤーにおいて他の全てのプレイヤーの戦略を所与として、制約対応も含めた意味で自らのとり得る戦略の中で現状のものより良い戦略が存在しないようなものを、抽象経済における均衡（一般化されたナッシュ均衡）と言う。

定義から明らかに、抽象経済の均衡（一般化されたナッシュ均衡）においては、次のことが成り立つ。

価格調整者によって選ばれた価格の下で

(1) 各生産者において**利潤最大化**

(2) 各消費者において**効用最大化**

全消費者の戦略と全生産者の戦略の下で

(3) 価格調整者は**価格を現状から変更する必要がない**

ここで、最後の (3) は価格調整者の profit がいわば「超過需要がある商品の価格を上げ、超過供給のある商品の価格を下げる」という行為の数学的定式化であることを考えれば、すなわち超過需要が 0 であることを表す。（★価格集合については後述する。厳密な議論のためには**ワルラス法則**が必要である。これも後述。）これがすなわち**経済学的均衡 economic equilibrium** である。

★（数学的補足と発展的課題）

（１）価格集合: 上述の価格調整者が設定しようとする『価格 p』とは、単一の商品の単一の価格ではなく、経済に存在する全商品の『全価格システム』、すなわち、社会に存在する全商品の数を ℓ とすれば $p=(p_1,\dots,p_\ell)$ のような形のベクトルである。価格集合 P（すなわち価格調整者の戦略集合）は、通常、社会の全商品の数を ℓ 種類とすると

$$P=\{(p_1,\dots,p_\ell)|\, p_1\geqq 0,\dots,p_\ell\geqq 0,\sum_{k=1}^{\ell}p_k=1\}$$

のような R^ℓ の部分集合（$\ell-1$ 次元標準単体）にとられることが多い。（※負の価格に付いては考えなくて良いのか。※なぜ、総和を 1 と規準化 normalize して良いのか。）

（２）ゲームのナッシュ均衡と、抽象経済の均衡の最も大きな違いを、以下のような観点からとらえてみよう。

価格調整者を除くすべてのプレイヤーが、価格（すなわち価格調整者の戦略）を所与としているとき、**各消費者のとるべき最適な戦略は、他の消費者がとる戦略が何であるかということと関係がない**。通常のゲームにおいては、いずれのプレイヤーに関しても、そのプレイヤーの戦略が変われば、他のプレイヤーの利得も変化し得る。抽象経済の設定では、少なくとも消費者間においてこのことが成立していない。すなわち、経済というメカニズムは、価格さえ所与（Price Taking Behaviors）とするならば、各消費主体が、他の消費主体の行動決定から独立して、自由に自己の最適行動を決めることができるメカニズムなのである。

【４】[資源配分とパレート最適] 消費主体 $i=1,2,\dots,m$ およびその消費集合 $X_1,X_2,\dots,X_m$ を考える。各消費者について、それぞれの消費集合から消費計画（行為）を一つずつ選択して並べたもの $(x_1,x_2,\dots,x_m)$

を、消費主体 $i=1,\ldots,m$ がつくる社会における一つの**資源配分 allocation** という。$I=\{1,2,\ldots,m\}$ がつくる社会において、社会全体の生産可能性がやはり集合 Y（社会全体の生産可能性集合 production possibility set）として与えられているものとしよう。allocation $(x_1,x_2,\ldots,x_m)$ という消費計画の総計 $\sum_{i=1}^m x_i$ が、この社会全体の生産可能性集合に入る $\sum_{i=1}^m x_i \in Y$ とき、allocation $(x_1,x_2,\ldots,x_m)$ は**実現可能**（feasible もしくは attainable）であると言われる。

各消費集合上に、2 項関係としての preference $\precsim_1,\precsim_2,\ldots,\precsim_m$ が与えられているものとする。各 $i\in I$ について「$x\precsim_i y$ でありかつ $y\precsim_i x$ でない」ことを「$x\prec_i y$」で表すことにする。allocation $(x_1,x_2,\ldots,x_m)$ が**パレート最適** Pareto Optimal であるとは

(1) $(x_1,x_2,\ldots,x_m)$ は feasible であり

(2) 他の feasible な資源配分 $(y_{1,2},\ldots,y_m)$ で「全ての $i\in I$ について $x_i\precsim_i y_i$ かつ少なくとも一人の i について $x_i\prec_i y_i$」を満たすようなものが存在しない

ことをいう。

【５】［経済のコア資源配分］上と全く同じ設定に加えて、社会を構成する I の部分集合 $J\subset I$ が、いわばグループ J だけで新たな社会（J 社会）を構成するとしたとき、その J 社会の生産可能性集合を Y_J で表す。元の I によって構成される社会の allocation $(x_1,x_2,\ldots,x_m)$ に対して、J によって構成される J 社会の allocation $(\cdots,y_j,\cdots)_{j\in J}$ が

(3) $\sum_{j\in J} y_j\in Y_J$ すなわち $(\cdots,y_j,\cdots)$ の $j\in J$ に関する総計は J 社会で feasible であり、「全ての $j\in J$ について $x_j\precsim_j y_j$ かつ少なくとも一人の j について $x_j\prec_j y_j$」

を満たすならば、グループ（専門用語でこれを**結託 coalition** と言う）J が allocation $(x_1,x_2,\ldots,x_m)$ を**ブロック block** する（J に関しては**改善 improve on** する）と言う。

パレート最適な資源配分とは、**最大結託 J によってブロック（改善）されないような資源配分である**、と言い換えることもできる。その社会において可能ないかなる結託 $J\subset I$ によってもブロックされないような資源配分を**コア資源配分 core allocation** とよぶ。

【６】［経済の一般均衡資源配分］社会における行動が「与えられた価格」を元にして決定されている状況およびその下での資源配分状態について考える。社会全体の生産可能性集合の中で、与えられた価格 p の下で最もその価値が高い社会的生産（産出物の価値から投入物の価値を引いた額（社会的利潤 $W(p)$）を最も高くするような**社会的に効率的 effective な生産**）が行われるものとする。更に社会を構成するメンバー $I=\{1,2,\ldots,m\}$ の各 $i\in I$ に対して、その下での社会的利潤の分配額 $W_1(p),W_2(p),\ldots,W_m(p)$（$W_1(p)+W_2(p)+\cdots+W_m(p)=W(p)$）が明確に定まっているものとする。このとき、この社会（経済 $((X_i,W_i)_{i\in I},Y)$）の**一般均衡資源配分**（市場均衡資源配分・ワルラス資源配分）とは、allocation $(x_1^*,x_2^*,\ldots,x_m^*)$ であり：

(1) 価格 p の下で社会的利潤を最大にする（$W(p)$ という額を与える）社会的生産 $y^*\in Y$ は $\sum_{i\in I} x_i^* = y^*$（**市場均衡条件**）を満たす。

(2) 各 $i\in I$ について、x_i^* は消費集合 X_i の要素のうち、価格 p および資産 $W_i(p)$ の下での予算制約を満たす中で $\precsim_i$ maximal な消費計画である（各消費者の**主体的均衡条件**）。

を満たすようなものである。p は**市場均衡価格**である。

★（数学的補足と発展的課題）

（１）Edgeworth Box Diagram を用いて、2 人2 財単純交換ケースにおけるコア資源配分、一般均衡資源配分がそれぞれどのようなものになるか、図をもって確認せよ。

（２）Edgeworth Box Diagram（講義で解説）を用いて以下のことを確かめよ。

(2-1) 消費者 A および消費者 B が、ともにまず商品1 の数量の大小を優先させ、次に商品2 の数量の大小を優先させるような辞書式選好を持っているとき、パレート最適な資源配分はどのようなものか。

(2-2) 消費者 A が上述のような選好を持ち、消費者 B は効用関数 $u(x,y)=x+y$ で表される（ x は商品1 の、y は商品2 のそれぞれ数量を表す）ような選好を持つとき、パレート最適な資源配分はどのようなものになるか。もし B の効用関数が $u(x,y)=y$ ならどうか。

(2-3) 消費者 A の選好が効用関数 $u(x,y)=\min\{x,y\}$ で表されており、B の選好が $u(x,y)=xy$ で表されるとき、契約曲線（パレート最適な資源配分状態部分を表す曲線）はどのようなものになるか。

● 市場均衡資源配分 $(x_1^*, x_2^*, \ldots, x_m^*)$ は、以下の条件が満たされている限り、パレート最適である。

[条件 3-1] 市場均衡価格 p の下、各消費者 $i \in I$ について、$W_i(p)$ より安価な消費計画であってかつ現状と無差別であるようなものが無い（例えば無差別曲線に厚みがあるようなことが無い）。

証明: 資源配分 $(x_1^*, x_2^*, \ldots, x_m^*)$ がパレート最適でないと仮定して矛盾を導く。ある実現可能な資源配分 $(z_1^*, z_2^*, \ldots, z_m^*)$ で、全ての $i \in I$ について $z_i^* \precsim_i z_i^*$ かつ少なくとも一人の j について $x_j^* \prec_j z_j^*$ であるとする。全ての人で価格 p の下での効用最大化が行われているという条件から、上記 j に関して次のことが言える。

(a) p の下での z_j の価値は $W_j(p)$ に比べて**厳密に大きい**。

また、条件 [3-1] から、全ての $i \in I$ について

(b) p の下での z_i の価値は $W_i(p)$ に比べて**大きいかまたは等しい**。

したがって (a) と (b) より、$\sum_{i \in I} z_i^*$ の価値は $W(p) = W_1(p) + W_2(p) + \cdots W_m(p)$ より大きい。すなわち $\sum_{i \in I} z_i^* = z^* \in Y$ の価値が $W(p)$ より大きい事になるが、これは $W(p)$ が p の下で最も大きい社会的利潤（社会的生産計画の価値）を与える大きさであることに矛盾する。**（証明終）**

∗ 上記（３）によって主張される内容「競争均衡はパレート最適である」を、**厚生経済学の第一基本定理**と言う。生産を考えない経済（純粋交換経済）においては、これより一層強い命題として「競争均衡資源配分はコア資源配分である」が成立する。証明方法は上とほとんど同様である。

REFERENCES

Debreu, G. (1952): “A social equilibrium existence theorem,” *Proceedings of the National Academy of Sciences of the U.S.A. 38*, 886–893. Reprinted as Chapter 2 in G. Debreu, *Mathematical Economics*, Cambridge University Press, Cambridge, 1983.

浦井 憲・ 吉町昭彦 (2012):『ミクロ経済学 — 静学的一般均衡理論からの出発』ミネルヴァ書房, Kyoto.