（まとめ）

・共通認識　ゲームの構造　合理性
・ナッシュ均衡　iterated strict dominance
・囚人のジレンマと Folk Theorem; 検事の弟と Strict Dominance
・ナッシュ均衡と Focal Point
・vNM 期待効用表現（合理性・独立性・連続性）

■ミクロ経済学■ 7： 消費主体の行動

＊ 教科書 浦井・ (2012) 第 2 章 個人の選択と社会の状態 p.131 〜 p.145

以下では消費主体の行動をより詳細に取り扱う。まず前提となる知識をもう一度簡単にまとめておく。

消費主体 i の行動は、商品空間 R^ℓ 上の点（数ベクトル）として表現される（※1）。i にとって物理的に可能な消費行動の全体を $X^i \subset R^\ell$ で表し、i の**消費集合**と呼ぶ。i は X^i 上に選好（効用関数）を持つものとして記述される。通常、合理的選好と選好の連続性が仮定されるが、その下では効用関数が連続関数となるため、消費者問題が解を持つためには予算集合が有界（直径が有限）かつ閉集合（境界が閉じている）であれば（数学的には**コンパクト集合**と呼ばれる）十分である。例えば全ての商品の価格が正（0 ではないとする）で、$X^i = R^\ell_+$（全ての商品について非負の量の消費をおこなうような部分）であるとき、この前提が満たされている。

（※1） 商品 commodity： 経済学理論において**商品 commodity** は、

(1) その物理的特性 physical property

(2) それを利用可能な場所 location

(3) それを利用可能な日付（あるいは日付とできごと date-event）

を特定化することによって決まる。理論の出発点として、まず有限種類の商品（ℓ 種類とする）が存在しており、それらの数量が全て実数値として表現されるものとする。経済学的行動（消費者・生産者の行動）は、このような各商品を座標とする形で考えられた数ベクトル空間（商品空間 commodity space）R^ℓ 上の点として、以下表現される。

（※2） **消費者の効用最大化問題:** 消費集合 X_i を R^ℓ の部分集合とし、ℓ 種類の商品の価格 $p = (p_1, \ldots, p_\ell)$ ならびに所得 $w \in R$ を与えられたものとした、消費者 i の効用最大化問題（効用関数を $u^i : X_i \to R$ とする）

$$\begin{array}{ll} \text{Maximize} & u^i(x) \\ \text{Subject to} & p_1x_1 + p_2x_2 + \cdots + p_\ell x_\ell \leqq w \\ & x = (x_1, x_2, \ldots, x_\ell) \in X_i \end{array}$$

を、消費者の効用最大化問題 utility maximization problem と呼ぶ（**制約条件付き最大化問題**）。

【1】消費集合 $X_i \subset R^\ell$ 上の選好 $\precsim_i$ が「$x \leqq y$ ならば $x \precsim_i y$」を満たすとき、選好は**単調 monotonic** であると言われる。選好が単調であり、かつ「$x \leqq y$ でありかつ $x \neq y$ であるならば $x \prec_i y$」を満たすならば、選好は**狭義単調 strictly monotonic** であると言われる（※1）。選好が「x 以上に好ましい消費の集合は凸集合（※2）である」を満たすとき、選好は**凸 convex** であると言われる。選好が凸であって、しかも「x と同程度以上に好ましいいかなる点 y についても、y と x とを結んだ線分上の点はその両端を除いて全て x よりも好ましい」を満たすとき、選好は**狭義凸 strictly convex** であると言われる。

（※1） 単調な選好とその効用関数表現： 選好が合理性および連続性の仮定を満たすとき、その効用関数表現が存在する（Debreu (1959) の定理）ことは以前に述べたが、選好が単調である場合には、特にこれを簡単に示すことができる（45 度線を用いる）。

（※2） 狭義凸な選好と **Marshall 型需要関数**： 選好が狭義凸であるとき、消費者問題に解があるとすれば、それは一意的である。例えばこのような条件を元にして、消費者問題（p と w を与えられて効用を最大

にするような最適な消費をもとめる）の一意的な解、すなわち最適な消費計画を価格と所得の関数とみなして $x(p,w)$ と表し、これを **Marshallian Demand Function** マーシャル型需要関数と呼ぶ。（講義解説：単調性および内点解であることを前提とした、制約条件付き最大化問題の解であることの必要条件について。）

【２】X 上の選好 $\precsim$（効用関数表現 u を持つとする）に対し、各点 $x \in X$ において x よりも好ましい消費点の「好ましさの向き」を代表するベクトル（点 x を通る無差別曲面の接平面の法線ベクトル）$Du(x) = (D_1u(x), \ldots, D_\ell u(x))$ が一意的に定まっているものとする（※1）。このとき、価格 $p = (p_1, \ldots, p_\ell)$ の下での消費者問題の解を $x^* = (x_1^*, \ldots, x_\ell^*)$ とし、更に商品 j への需要が $x_j^* > 0$ であったとすれば、任意の商品 k に対して

$$\frac{D_k u(x^*)}{p_k} \leqq \frac{D_j u(x^*)}{p_j}$$

が成り立つ。これは、もし逆向きの不等式 $>$ が成り立つ場合には、商品 k の好ましさの比率が、価格の比率に比べて大きいということになるので、商品 j を売って商品 k に買いかえることで効用を増大させることができるから（消費者問題の解であることに矛盾する）と解釈することができる。

（※1）効用関数の微分可能性との関係（講義解説）c.f. Rubinstein (2006).

【３】コブ＝ダグラス（Cobb-Douglas）型効用関数 $u(x_1, \ldots, x_\ell) = x_1^{a_1} x_2^{a_2} \cdots x_\ell^{a_\ell}$ は、各商品への支出の比率 $p_1x_1 : p_2x_2 : \cdots : p_\ell x_\ell$ が $a_1 : a_2 : \cdots : a_\ell$ となるような消費行動（背後に必ずしも消費者問題を考えていない）を合理化することができる。

（※）顕示選好の強公理と消費行動の合理化（講義解説）

【４】価格 p（ベクトル）と所得 w を与えられたときの最適消費量 $x^*(p,w)$（ベクトル）を与えるのが需要関数であるが、その最適消費量の下での効用水準を同じく p と w の関数と考えて $v^*(p,w)$ と表したもの（つまり $v^*(p,w) = u(x^*(p,w))$ である）を間接効用関数と呼ぶ。消費者問題に対して、その見方を少し変え、あらかじめ与えられた効用水準 v と価格 p とを与えられた時に、その効用水準を最低限の支出で達成するための消費量（ベクトル）は何かという問題を考える。このような問題を元の消費者問題の双対問題と呼ぶ。この双対問題の解となる消費ベクトル $h^*(p,v)$ を p と v の関数と考えたものが補償需要関数であり、その消費量の下での支出額を同じく p と v の関数と考えて $e^*(p,v)$ と表したもの（つまり $e^*(p,v)$ は p と $h^*(p,v)$ の内積—ベクトルの要素ごとの積の和）を支出関数と呼ぶ。これらの関数の関係をまとめると次のように書ける。

$$h^*(p,v) \quad = \quad x^*(p, e^*(p,v))$$

（※）スルツキー方程式（講義解説）

【５】消費主体が、2 商品の消費を計画しているとする。価格ベクトルが $P = (P_1, P_2)$ から $\hat{P} = (\hat{P}_1, P_2)$（ここで $P_1 < \hat{P}_1$ とする）に変化したとき、最適な消費水準が x から $\hat{x}$ に変化し、効用水準は $u(x)$ から $u(\hat{x})$ に低下したとする。価格の P から $\hat{P}$ への変化は商品間の価格比の変化を伴っているが、もしも価格比が変化した後でも、元の効用水準 $u(x)$ を実現するような消費計画が選択可能であるという仮想的状況を考えてみよう。これは所得の増加として取り扱うことができる。つまり予算制約を表す直線を、右上に平行移動した状況である。そのときの消費水準を x^* で表す。消費水準の変化 x から $\hat{x}$ を価格効果と呼ぶが、これを上のように分けて考えた場合、x から x^* への変化を代替効果と呼び、x^* から $\hat{x}$ への変化を所得効果と呼ぶ。

（※）上級財、中級財、下級財、ギッフェン財（講義解説）

REFERENCES

Rubinstein, A. (2006): *Lecture Notes in Microeconomic Theory: The Economic Agent.* Princeton University Press, Princeton and Oxford.

浦井 憲・ 吉町昭彦 (2012):『ミクロ経済学 — 静学的一般均衡理論からの出発』ミネルヴァ書房, Kyoto.